

**ARKUSZ 4**  
MATURA 2010

---

# **PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI**

**POZIOM PODSTAWOWY**

**Czas pracy: 170 minut**

## **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 21. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 22 do 31. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*

---



## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Wyrażenie  $\sqrt[3]{4} \cdot 16 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  zapisane w postaci potęgi liczby 2, to:

- A.  $2^{-\frac{7}{3}}$       B.  $2^{-\frac{4}{3}}$       C.  $2^{\frac{25}{6}}$       D.  $2^{\frac{26}{6}}$

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Zmieszano 200 litrów mleka 2% i 50 litrów mleka 4%. Otrzymano mleko, które ma w sobie  $p\%$  tłuszczu. Wynika stąd, że:

- A.  $p = 3$       B.  $p = 2,4$       C.  $p = 2,5$       D.  $p = 3,2$

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Liczba  $a = \log 25^4 + \log 4^4$ . Wynika stąd, że:

- A.  $a = 4$       B.  $a = 8$       C.  $a = 8 + \log 29$       D.  $a = 8 + \log 29$

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Jeśli  $A = \langle -4, 5 \rangle$ ,  $B = \{5, 6\}$ , to różnica  $A \setminus B$  jest równa:

- A.  $\langle -4, 5 \rangle$       B.  $\langle -4, 6 \rangle$       C.  $\langle -4, 5 \rangle \cup \{6\}$       D.  $\langle -4, 5 \rangle \cup (5, 6)$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

Wartość wyrażenia  $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} - \sqrt{(3 + \sqrt{7})^2}$  jest równa:

- A.  $-1$       B.  $-5$       C.  $-1 - 2\sqrt{7}$       D.  $-5 + 2\sqrt{7}$

**Zadanie 6. (1 pkt)**

Zbiór liczb, których odległość na osi liczbowej od liczby  $(-9)$  jest równa 4, można opisać równaniem:

- A.  $|x + 9| = 4$       B.  $|x - 9| = 4$       C.  $|x - 4| = 9$       D.  $|x + 4| = 9$

**Zadanie 7. (1 pkt)**

Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 - x^2$ . Wartość tego wielomianu w punkcie  $\sqrt{2} + 1$  jest równa:

- A.  $-3\sqrt{2} - 8$       B.  $\sqrt{2} - 6$       C.  $3\sqrt{2} + 4$       D.  $3\sqrt{2} - 10$

**Zadanie 8. (1 pkt)**

Jeśli do wykresu funkcji wykładniczej  $f$  należy punkt  $P = (-1, 3)$ , to funkcja ta określona jest wzorem:

- A.  $f(x) = 3^x$       B.  $f(x) = 9^x$       C.  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$       D.  $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Przedział  $(-6, 11)$  jest zbiorem rozwiązań nierówności:

- A.  $(x + 6)(11 - x) > 0$       B.  $(x - 6)(11 - x) < 0$       C.  $(x + 6)(x - 11) > 0$       D.  $(x - 6)(11 + x) < 0$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Zbiór rozwiązań równania  $(x-1)^2 = x^2 - 2(x+1) + 3$  to:

- A.  $\{0\}$                       B.  $\{1\}$                       C.  $R$                       D.  $\emptyset$

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Proste o równaniach  $l: 2x - 3y = 5$  i  $k: (m+1)x - y = 4$  są równoległe. Wynika stąd, że:

- A.  $m = -3$                       B.  $m = \frac{1}{3}$                       C.  $m = -\frac{1}{3}$                       D.  $m = 1$

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Funkcja  $f(x) = (m^2 - m)x - 3$  jest funkcją stałą. Wynika stąd, że:

- A.  $m = 1$                       B.  $m = 0$                       C.  $m = -1 \vee m = 0$                       D.  $m = 1 \vee m = 0$

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Funkcja określona wzorem  $f(x) = x^2 + x - 4$  nie przyjmuje wartości:

- A.  $-5$                       B.  $-4$                       C.  $0$                       D.  $2$

**Zadanie 14. (1 pkt)**

Odległość wierzchołka paraboli  $f(x) = x^2 - 10x + 8$  od osi  $OX$  jest równa:

- A.  $5$                       B.  $17$                       C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\sqrt{17}$

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Oś symetrii paraboli będącej wykresem funkcji  $y = (x-5)(x+15)$  jest prosta o równaniu:

- A.  $y = -5$                       B.  $y = 5$                       C.  $x = -5$                       D.  $x = 5$

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = \frac{3}{x}$ . Wartość tej funkcji w punkcie  $\sqrt{5} - \sqrt{2}$  jest równa:

- A.  $\sqrt{5} + \sqrt{2}$                       B.  $3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$                       C.  $\frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}{7}$                       D.  $\frac{3\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{7}$

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Jeśli przyprostokątne trójkąta prostokątnego są równe 6 i 3, a najmniejszy kąt ma miarę  $\alpha$ , to wyrażenie  $W = \sin \alpha \cos \alpha$  ma wartość:

- A.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{5}{2}$                       D.  $\frac{2}{5}$

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Drugi wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 12, a trzeci wyraz jest równy 5. Wzór na ogólny wyraz tego ciągu to:

- A.  $a_n = 26 - 7n$                       B.  $a_n = 12 + 7n$                       C.  $a_n = 12 + 5n$                       D.  $a_n = 12n + 5$

**Zadanie 19. (1 pkt)**

Dany jest ciąg geometryczny o wyrazie ogólnym  $a_n = -5(-3)^n$ . Trzeci wyraz tego ciągu jest równy:

- A.  $-135$                       B.  $-45$                       C.  $45$                       D.  $135$

**Zadanie 20. (1 pkt)**

Jeżeli promień podstawy stożka zwiększymy o 20%, a wysokość zmniejszymy o 20%, to objętość stożka:

- A. nie zmieni się  
B. zwiększy się o 15,2%  
C. zwiększy się o 1,52%  
D. zmniejszy się o 4%

**Zadanie 21. (1 pkt)**

Średnia ważona danych z tabeli:

Wartość danej	4	5	6	8
Waga	2	1	1	3

jest równa:

- A. 2,3                      B. 5,8                      C. 5,75                      D. 14,5

**ZADANIA OTWARTE**

Rozwiązania zadań o numerach od 22. do 31. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

**Zadanie 22. (2 pkt)**

Wyznacz równanie prostej prostopadłej do prostej  $y = -2x + 8$  przechodzącej przez punkt  $A = (6, -1)$ .



**Zadanie 23. (2 pkt)**

Kąt  $\alpha$  jest kątem ostrym i  $\operatorname{tg} \alpha = 4$ . Wyznacz sinus i cosinus tego kąta.

**Zadanie 24. (2 pkt)**

Wyznacz dziedzinę funkcji  $f(x) = \sqrt{3x^2 - 2x}$ .



**Zadanie 25. (2 pkt)**

Średnia arytmetyczna liczb:  $-2, 2, 4, 6, 8, x$  jest równa 5. Wyznacz liczbę  $x$ .

**Zadanie 26. (2 pkt)**

Wykaż, że liczba  $x = 4^n - 5 \cdot 2^{n+1} + 25$  jest dla dowolnej liczby naturalnej  $n$  kwadratem liczby całkowitej.



**Zadanie 27. (2 pkt)**

Narysuj wykres funkcji  $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{dla } x \in (-4, -1) \\ x^2 - 4x & \text{dla } x \in \langle -1, 5 \rangle \end{cases}$ .

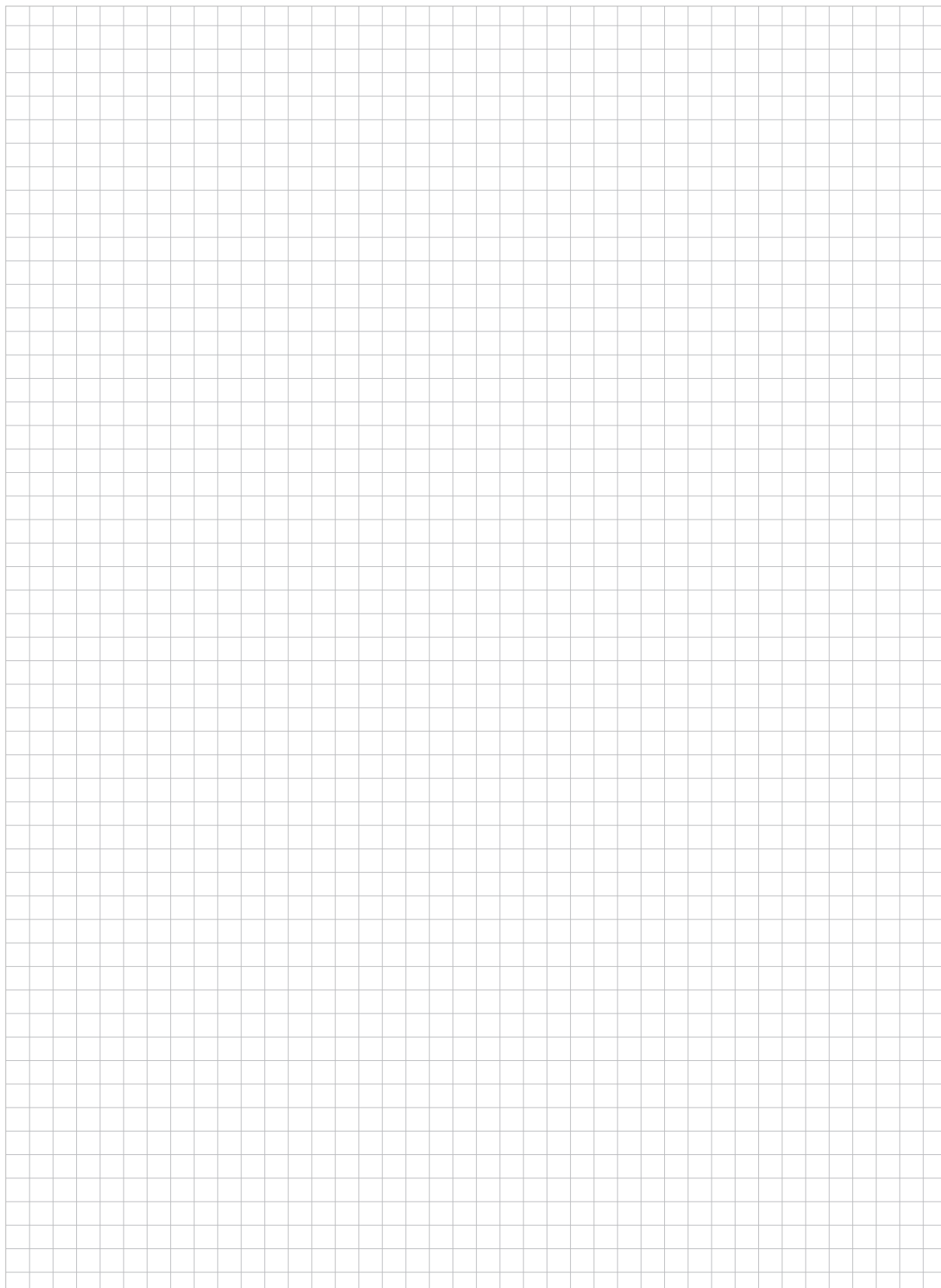
**Zadanie 28. (2 pkt)**

Liczby  $2x - 3$ ,  $5x$ ,  $x - 7$  są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego. Wyznacz liczbę  $x$ .



**Zadanie 29. (4 pkt)**

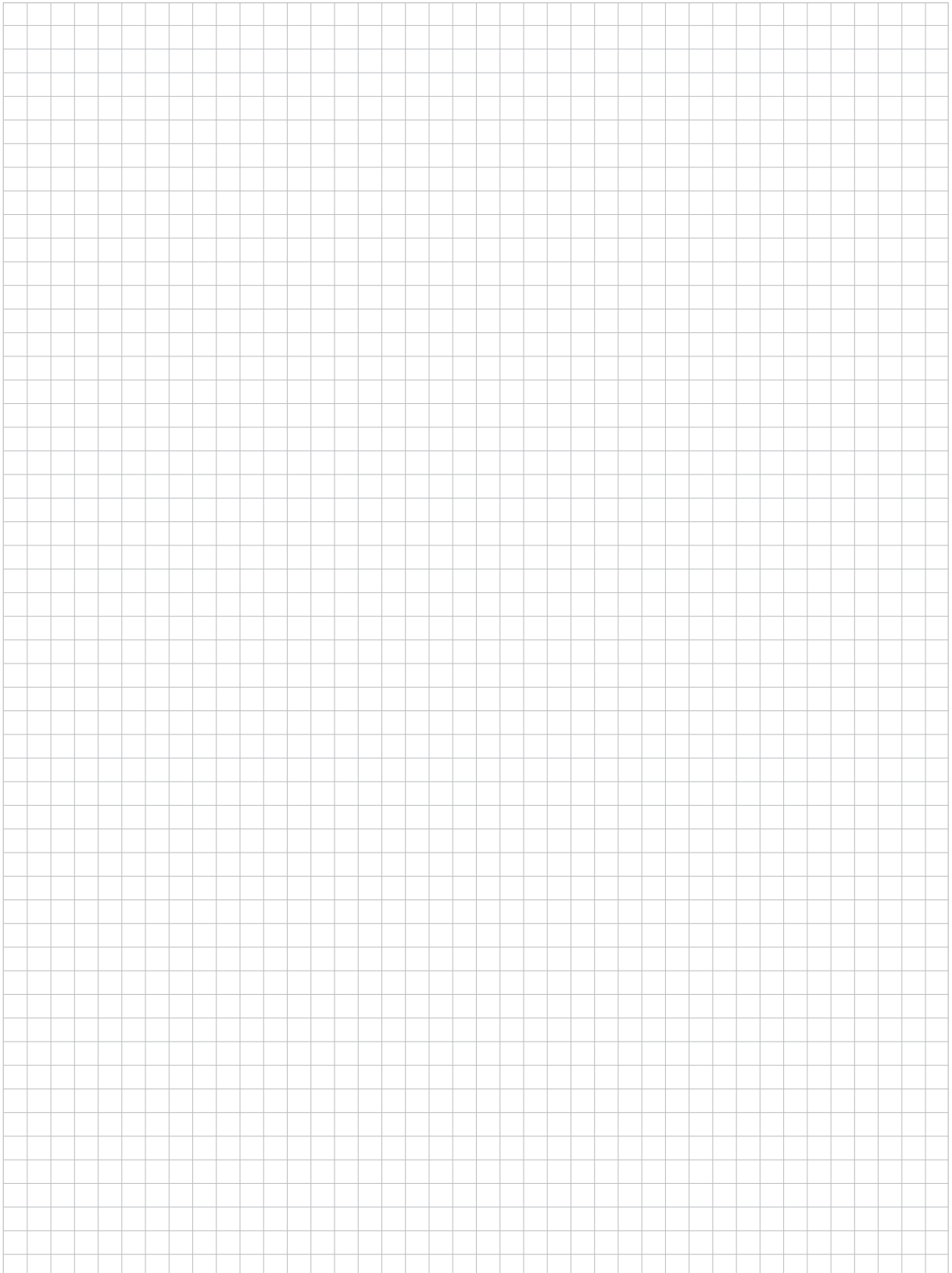
Okrąg o równaniu  $x^2 - 6x + y^2 - 2y + 2 = 0$  i prosta  $x + 3y + 2 = 0$  przecinają się w punktach  $A, B$ . Wyznacz długość cięciwy  $AB$  tego okręgu.



**Zadanie 30. (5 pkt)**

Rzucono 8 razy monetą. Oblicz prawdopodobieństwo, że wyrzucono orła:

- a) co najmniej raz,
- b) dokładnie 1 raz.



**Zadanie 31. (6 pkt)**

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędzie boczne są dwa razy dłuższe od krawędzi podstawy.

a) Wyznacz sinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

b) Wyznacz długość krawędzi podstawy, tak aby objętość ostrosłupa wynosiła  $\frac{2}{3}\sqrt{11}$ .

